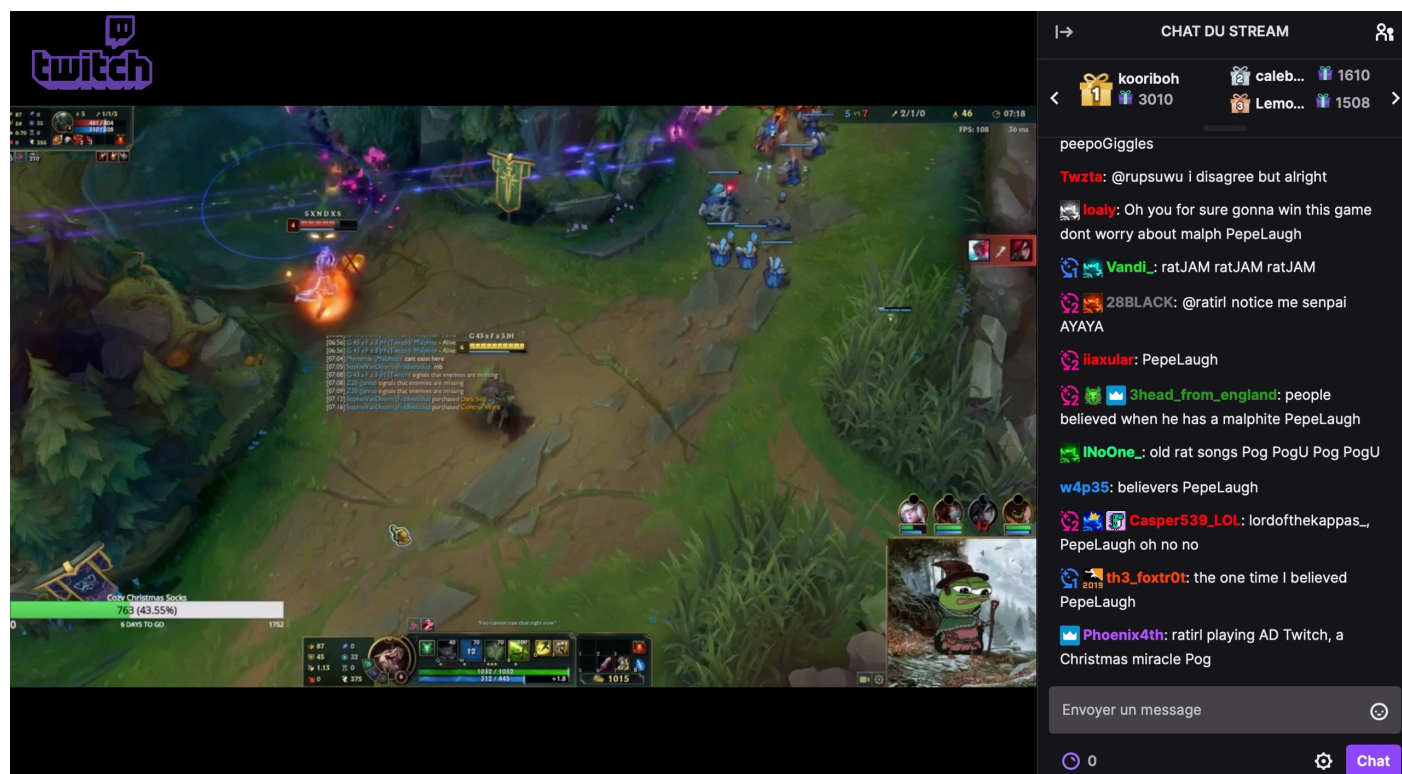


Problème 182 – Ces heures de streaming sur Twitch

Niveau : Terminale (Spécialité Maths)

Chapitres : Variables aléatoires, Loi binomiale, Loi des grands nombres

Inédit, publié le 26/12/2020



Les plateformes de diffusion en direct des jeux vidéos sont de plus en plus populaires. En raison notamment de la crise sanitaire, elles ont connu en 2020 une croissance hors normes, avec plus de 7,4 milliards d'heures regardées au 3^{ème} trimestre, contre moins de 4 milliards au même trimestre un an plus tôt. Devant des plateformes comme YouTube Gaming Live et Facebook, Twitch est de loin la plus populaire en représentant près de 65% des heures regardées dans le monde entier⁽¹⁾. Elle est à ce point populaire que des personnalités de divers horizons s'y sont mis pour y promouvoir leurs activités ou idées auprès d'un public généralement jeune.

Dans ce problème, nous allons jouer le rôle fictif d'un observateur de ces heures regardées, en ne parlant ici que de celles concernant les jeux vidéos. On admet que, si on prend au hasard une heure de streaming regardée en direct par un internaute, on a une probabilité $p = 0,65$ de tomber sur une heure regardée sur Twitch.

1) Soit un échantillon de 500 heures de streaming regardées par les internautes dans le monde entier. On appelle X le nombre d'heures regardées sur Twitch dans cet échantillon. Déterminer, en justifiant, la loi aléatoire suivie par X , en donnant son espérance $E[X]$ et sa variance $V[X]$.

2) Majorer la probabilité d'avoir $X \geq 400$ à l'aide de l'inégalité de Markov. Que pensez-vous du majorant trouvé ?

3) Majorer la probabilité que dans ce lot il y ait soit moins de 300 heures regardées sur Twitch, soit plus de 350 heures.

4) On prend maintenant au hasard n échantillons de 500 heures de streaming regardées par les internautes dans le monde. On appelle X_i , pour $i \in \mathbb{N}$, la variable aléatoire qui donne le nombre d'heures regardées sur Twitch dans l'échantillon i . On pose $M_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$.

Déterminer une majoration de la probabilité que M_{100} s'écarte de $E[X]$ de plus de 5.

5) De combien d'échantillons de 500 heures de streaming a-t-on besoin au minimum pour que la probabilité que M_n s'écarte de $E[X]$ de plus de 1 soit inférieure à 1%?

(1) Source : <https://blog.streamlabs.com/streamlabs-stream-hatchet-q3-live-streaming-industry-report-a49adba105ba>

Note: Remerciements à Walid Hassini pour l'idée du thème.